Interrogation de Mathématiques n$^{\text{o}}$ 2

2h

Calculatrice graphique autorisée

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation d'inconnue x suivante : $\dfrac{2x^2+x-3}{8-4x} \geqslant 0$

Exercice 2

Les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à 10^{-4} *près.*

Dans un pays, il y a 2% de la population contaminée par un virus.
On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de $0,99$ (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de $0,97$ (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note V l'événement « la personne est contaminée par le virus » et T l'événement « le test est positif ». $\overline{V}$ et $\overline{T}$ désignent respectivement les événements contraires de V et T.

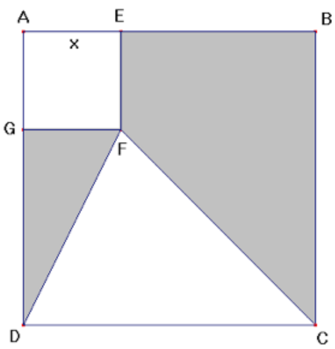
1. Compléter, sans justifier, l'arbre de probabilités mis en annexe **page 3**.
2. Déterminer la probabilité de l'événement $V \cap T$.
3. Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,049 2.
4. Justifier par un calcul la phrase :
   « Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40% de « chances » que la personne soit contaminée ».
5. Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

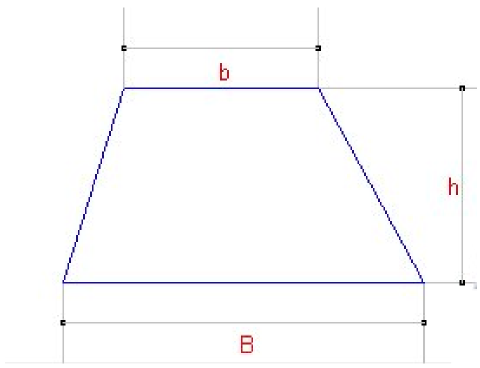
Exercice 3

$ABCD$ est un carré de 10 cm de côté. $AEFG$ est un carré de côté x cm ($0 \leqslant x \leqslant 10$).

On désigne par $A(x)$ l'aire en cm^2 de la partie grisée.

1. Montrer que $A(x) = (10-x)(x+5)$
2. Pour quelle valeur de x la surface grisée a-t-elle la plus grande aire ? Indiquer l'aire correspondante.





Pour rappel, aire d'un trapèze : $\dfrac{(\mathrm{b}+\mathrm{B})\times h}{2}$

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par :

$$f(x) = 5 - \frac{4}{x+2}$$

On admettra que f est dérivable sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

Partie A

1. Démontrer que f est croissante sur l'intervalle $[0;+\infty[$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$. On note α la solution.
   On donnera la valeur exacte de α puis on en donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.

Partie B

On a tracé (annexe 1, page 4) dans un repère orthonormé la courbe $\mathcal{C}$ représentative de f ainsi que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x$.

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Sur la figure en **annexe 1, page 4**, en utilisant la courbe $\mathcal{C}$ et la droite $\mathcal{D}$, placer les points M_0, M_1 et M_2 d'ordonnée nulle et d'abscisses respectives u_0, u_1 et u_2.
2. Quelles conjectures peut-on faire sur le sens de variation et la limite de la suite (u_n) ?

Partie C

Pour tout entier naturel n, on définit la suite (S_n) par

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$$

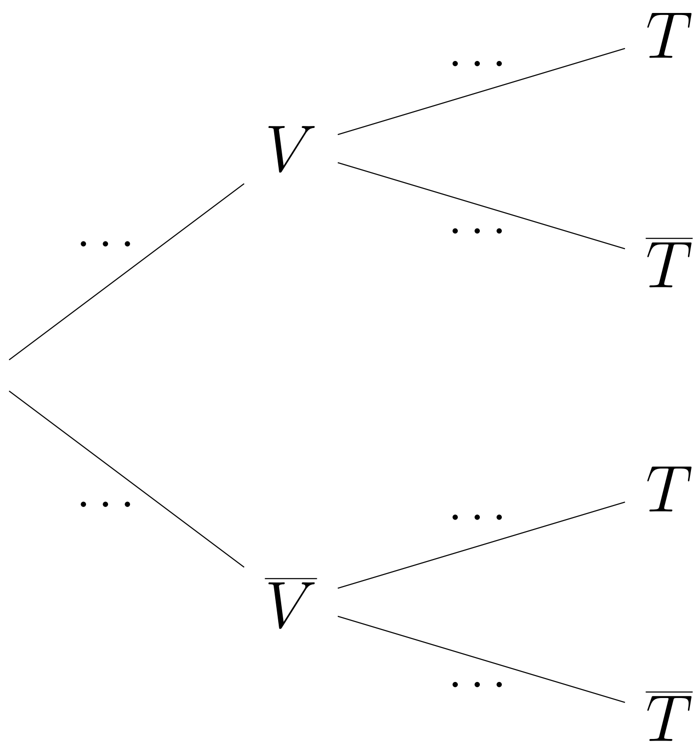
1. Calculer S_0, S_1 et S_2. Donner une valeur approchée des résultats à 10^{-2} près.
2. (a) Compléter l'algorithme donné en **annexe 2, page 4** pour qu'il affiche la somme S_n pour paramètre l'entier n.

   (b) Programmer sur votre calculatrice la fonction donnée précédemment et donner le résultat affiché pour $n = 7$.

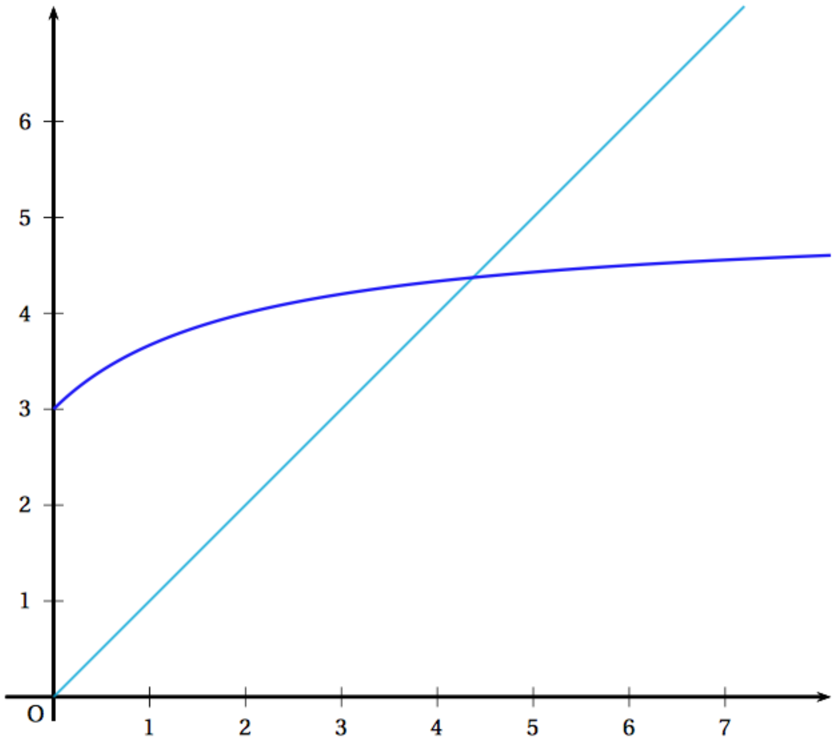
NOM Prénom :

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4-A	Exercice 4-B	Exercice 4-C
Total	3	5	3	4	2	3

Annexe de l'exercice 2



Annexe 1 de l'exercice 4



Annexe 2 de l'exercice 4

```
def terme_Sn(n):
  u=1
  S=u
  i=0
  while ....

    i=i+1

    u=.....

    S=....

  return S
```